

TEMA 3: Algebra de Boole**OBJETIVOS**

Se trata de comprobar de forma práctica las ecuaciones que se deriva del algebra de Boole y sus postulados. Presentaremos algunos ejemplos prácticos de sistemas o automatismos digitales y comprobaremos la veracidad de las leyes de Augustus De Morgan

RELACIÓN DE MATERIALES

- Entrenador Universal Trainer o plataforma equivalente para experimentación de circuitos digitales.
- C. Integrados: SN74XXX00; SN74XXX02; SN74XXX04; SN74XXX08; SN74XXX32; SN74XXX86;

INDICE GENERAL**P1: COMPROBACIÓN DE AXIOMAS Y POSTULADOS BOOLEANOS**

P1-1 En los productos

P1-2 En las sumas

P2: EJEMPLOS PRACTICOS DE ECUACIONES BOOLEANAS

P2-1 Circuito conmutado

P2-2 Limpiaparabrisas

P2-3 Elevador

P3: COMPROBACIÓN DE LA 1ª LEY DE De MORGAN

P3-1 Función NOT

P3-2 Función AND

P3-3 Función OR

P3-4 Limpiaparabrisas

P3-5 Elevador

P4: COMPROBACIÓN DE LA 2ª LEY DE De MORGAN

P4-1 Función NOT

P4-2 Función AND

P4-3 Función OR

P4-4 Limpiaparabrisas

P4-5 Elevador

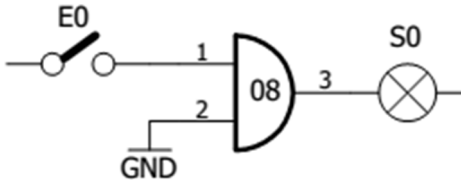
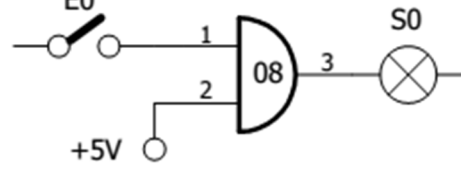
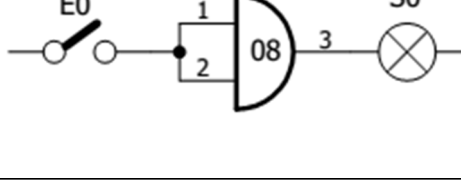
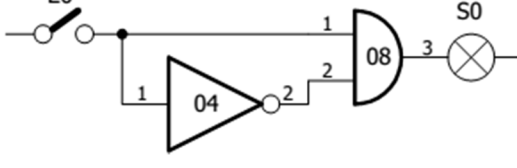
TEMA 3: Algebra de Boole

P1: COMPROBACIÓN DE AXIOMAS Y POSTULADOS BOOLEANOS

Representan una serie de situaciones lógicas con las que en ocasiones podrás simplificar las ecuaciones booleanas y con ello disminuir el número de puertas necesarias para implementar un circuito digital. Vamos a ver los más elementales.

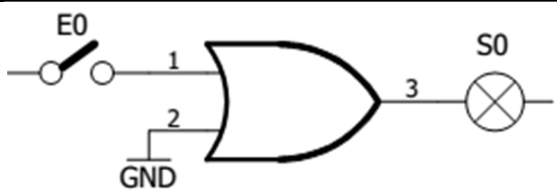
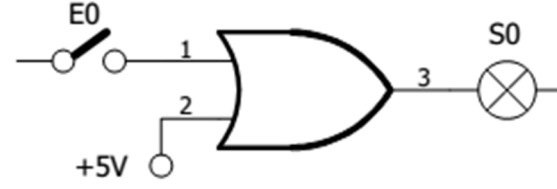
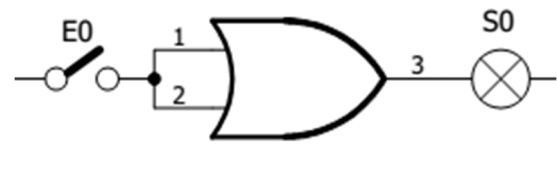
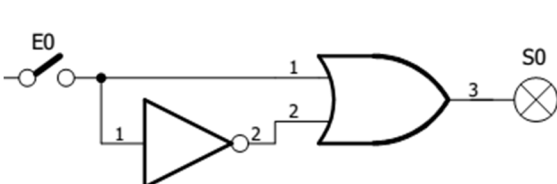
P1-1 En los productos

Son cuatro y para demostrarlos necesitamos una puerta AND, contenida en el circuito integrado 74xxx08 y un inversor contenido en el 74xxx04. Se trata de que vayas montando cada uno de ellos y completes la tabla de la verdad para verificarlos. Recuerda, cada circuito integrado que emplees, siempre necesita ser alimentado. Revisa los encapsulados y el patillaje de cada uno de ellos y que ya usaste en el tema anterior.

POSTULADO	CIRCUITO LÓGICO	COMPLETA LA TABLA						
$S0 = E0 \cdot 0 = 0$		<table><tr><th>E0</th><th>S0</th></tr><tr><td>0</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td></tr></table>	E0	S0	0		1	
E0	S0							
0								
1								
$S0 = E0 \cdot 1 = E0$		<table><tr><th>E0</th><th>S0</th></tr><tr><td>0</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td></tr></table>	E0	S0	0		1	
E0	S0							
0								
1								
$S0 = E0 \cdot E0 = E0$		<table><tr><th>E0</th><th>S0</th></tr><tr><td>0</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td></tr></table>	E0	S0	0		1	
E0	S0							
0								
1								
$S0 = E0 \cdot \overline{E0} = 0$		<table><tr><th>E0</th><th>S0</th></tr><tr><td>0</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td></tr></table>	E0	S0	0		1	
E0	S0							
0								
1								

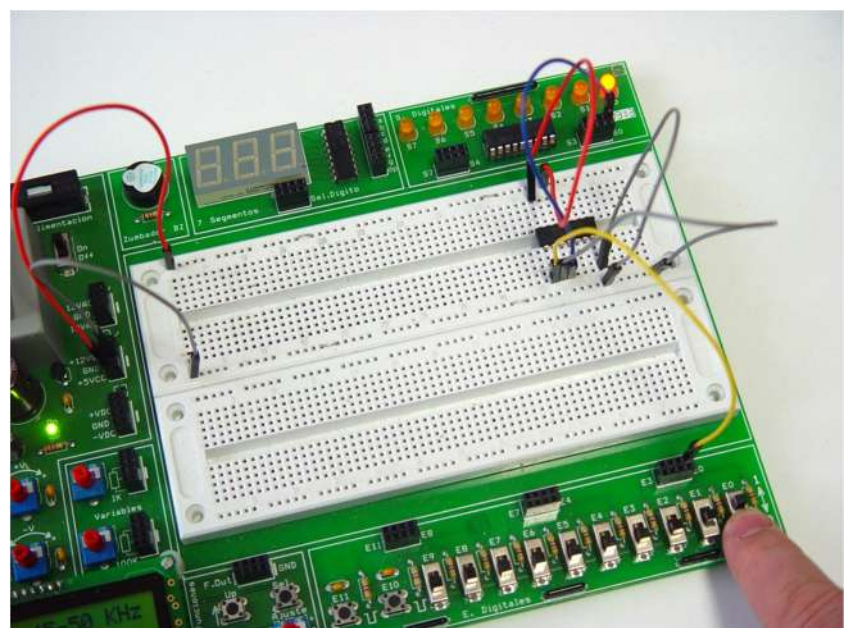
P1-2 En las sumas

Son otros cuatro los axiomas relacionados con las sumas booleanas. Para comprobarlos necesitas una puerta OR, contenida en el circuito integrado 74xxx32, y un inversor contenido en el 74xxx04. Acuérdate de alimentarlos.

POSTULADO	CIRCUITO LÓGICO	COMPLETA LA TABLA						
$S0 = E0 + 0 = E0$		<table><tr><th>E0</th><th>S0</th></tr><tr><td>0</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td></tr></table>	E0	S0	0		1	
E0	S0							
0								
1								
$S0 = E0 + 1 = 1$		<table><tr><th>E0</th><th>S0</th></tr><tr><td>0</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td></tr></table>	E0	S0	0		1	
E0	S0							
0								
1								
$S0 = E0 + E0 = E0$		<table><tr><th>E0</th><th>S0</th></tr><tr><td>0</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td></tr></table>	E0	S0	0		1	
E0	S0							
0								
1								
$S0 = E0 + \overline{E0} = 1$		<table><tr><th>E0</th><th>S0</th></tr><tr><td>0</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td></tr></table>	E0	S0	0		1	
E0	S0							
0								
1								

Para comprobar estos axiomas hemos usado el interruptor E0 como señal de entrada y el led S0 como señal de salida.

También hemos usado las señales GND y +5Vcc de alimentación del entrenador.



P2: EJEMPLOS PRACTICOS DE ECUACIONES BOOLEANAS

Se trata de proponer una serie de sistemas o automatismos digitales a modo de ejemplo y que resolveremos a partir de la tabla de la verdad. De aquí obtenemos la ecuación booleana, la simplificamos y dibujamos el esquema eléctrico. Por último lo montamos sobre nuestro laboratorio de prácticas y comprobamos su funcionamiento.

P2-1 Circuito conmutado

La lámpara L de un pasillo o habitación se controla desde dos interruptores, A y B. Es decir, si entras por A y sales por A, la lámpara se enciende y luego se apaga, lo mismo



que si entras y sales por B. Si entras por A la lámpara se enciende y al salir por B la lámpara se apaga. Por último, si entras por B la lámpara se enciende y al salir por A la lámpara se apaga. En electricidad a este tipo de instalación se le conoce como instalación "conmutada". Seguro que alguna estancia de tu domicilio la tiene.

1º Tabla de la verdad

Conocido el funcionamiento de nuestro sistema digital, lo vamos a trasladar a su tabla de la verdad, que define de forma lógica ese funcionamiento.

A	B	L
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

2º Obtener la ecuación booleana equivalente

Nos fijamos en qué ocasiones la salida se activa a nivel "1" y cómo están las señales de entrada en cada una de ellas. Literalmente podemos decir que:

"La salida L se activa ($L=1$) cuando A **no** esté activada ($A=0$) y B sí lo esté ($B=1$), o cuando A esté activada ($A=1$) y B **no** lo esté ($B=0$)".

Según el algebra de Boole la negación se resuelve mediante la función "NO", la conjunción copulativa "Y" se resuelve mediante la función de producto lógico, y la disyuntiva "O" mediante la función de suma lógica. La ecuación booleana será por tanto la siguiente:

$$L = (A \cdot \bar{B}) + (\bar{A} \cdot B)$$

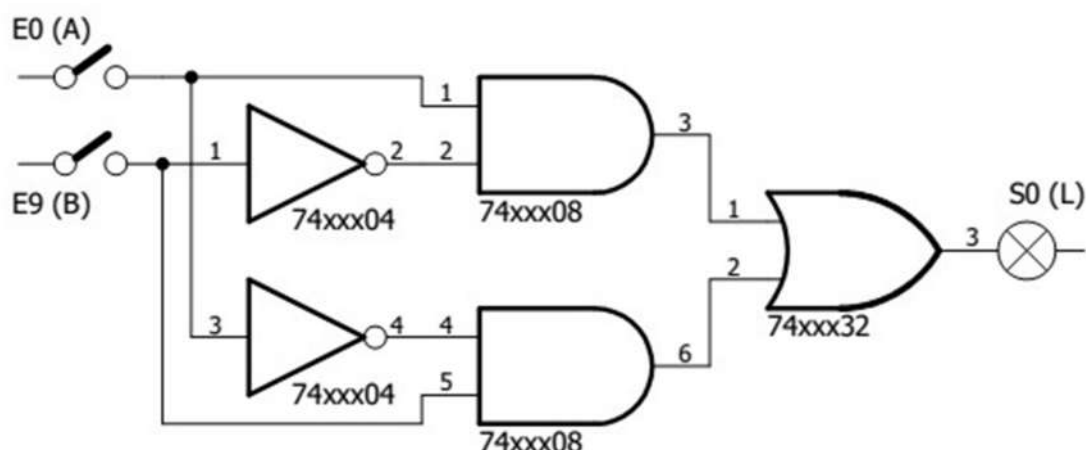
3º Simplificación

Siempre que se pueda se debe proceder a la simplificación de cualquier ecuación booleana. Para ello puedes usar el método directo, sacando factor común de variables o términos en esa ecuación, puedes aplicar los axiomas anteriores, utilizar los mapas de Karnaugh, el método de Quine-McClusky, etc... Utiliza el método o técnica que te parezca oportuno.

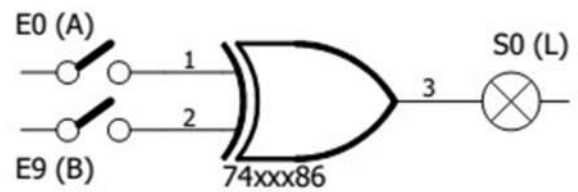
Si consigues simplificar una ecuación significa que el circuito que vas a obtener a partir de ella empleará menos puertas lógicas. En este caso, casualidad, la ecuación no se puede simplificar y queda como estaba.

4º Esquema eléctrico

Partiendo de la ecuación es fácil diseñar el circuito eléctrico a base de puertas lógicas. Como ya sabes, la negación de una variable se resuelve mediante la puerta inversora o NOT. El producto lógico de dos o más variables se realiza mediante la función o puerta AND y la suma lógica mediante la función o puerta OR. Vamos con ello...



En este caso, y solo en este caso, la única simplificación posible es que la tabla de la verdad y la ecuación booleana equivalente, corresponde al 100% con la de la función XOR. No te hagas ilusiones que no siempre será así. Por este motivo, el circuito anterior equivale a este otro.



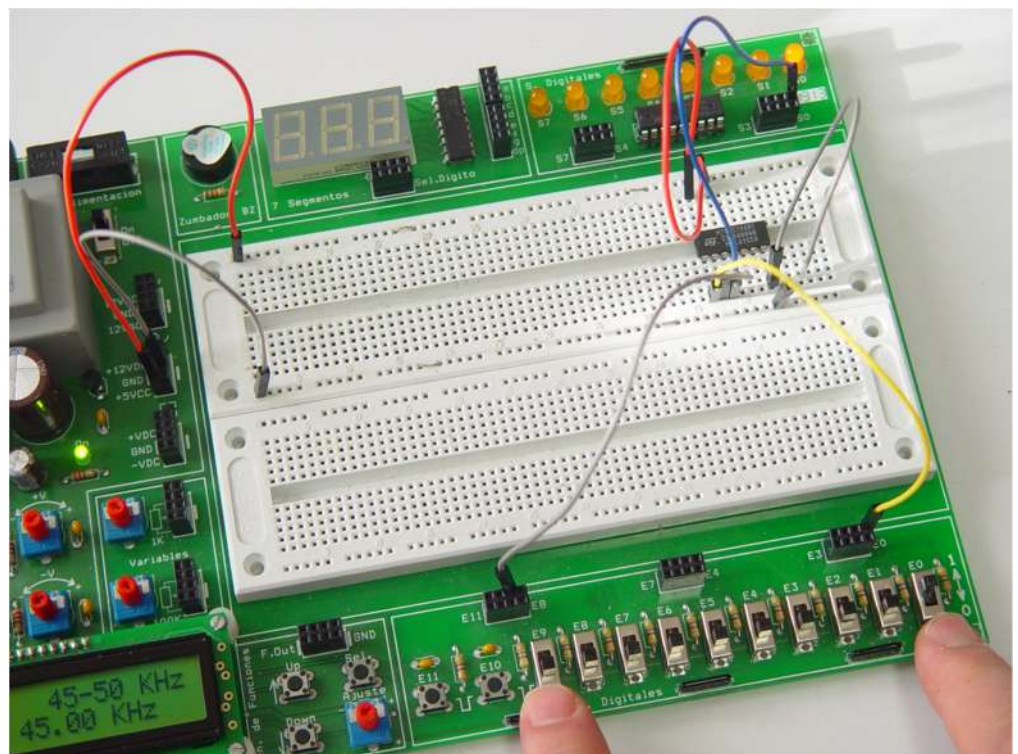
En ambos casos usamos los interruptores E0, E9 del laboratorio para aplicar las señales de entrada A y B, y el led S0 para simular la lámpara L a controlar.

5º Comprobación

Puedes realizar cualquiera de los dos montajes. Te recomiendo que hagas los dos para que veas que funcionan exactamente igual. Para comprobar el funcionamiento, basta que completes la tabla de la verdad y la compares con la del punto 1º.

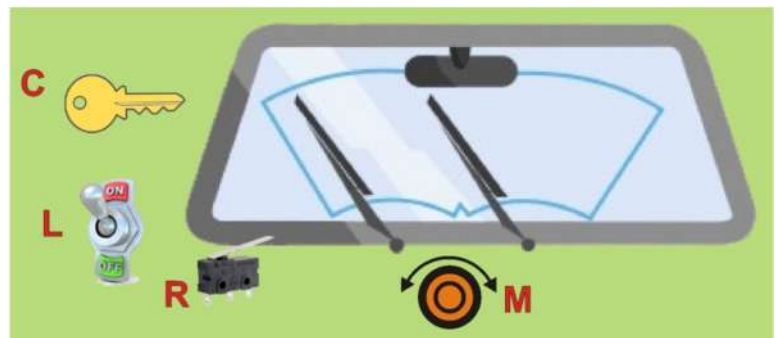
E0 (A)	E9 (B)	S0 (L)
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

Yo te pediría un poco más. Ya que el interruptor E0 (A) es el primero por la derecha del laboratorio y el E9 (B) es el primero por la izquierda, échale imaginación. Imagina que vas por ese pasillo y entras por B, sales por A y viceversa. También puedes probar a entrar y salir por el mismo sitio, por A y/o por B. Es decir, ponte en el escenario.



P2-2 Limpiaparabrisas

Con este ejemplo trataremos de emular el automatismo que controla el limpiaparabrisas de un vehículo. Su motor M se controla con tres señales: C , L y R :



- C es la llave de contacto. Para que el sistema funcione el contacto del vehículo debe de estar activado ($C=1$).
- L es el interruptor propio del limpiaparabrisas. Cuando llueve lo activamos ($L=1$) y el motor se pone en marcha ($M=1$). Cuando deja de llover desactivamos L ($L=0$), pero el motor debe de seguir andando ($M=1$), pues de lo contrario las escobillas podrían detenerse en mitad del parabrisas y molestar en la conducción.
- R es un sensor que detecta cuándo las escobillas se encuentra en su posición de reposo ($R=1$) y por lo tanto el parabrisas está despejado.

1º Tabla de la verdad

Sintetiza el funcionamiento del automatismo. En ella puedes observar cómo cuando no hay contacto ($C=0$), el motor permanece desactivado ($M=0$) independientemente de cómo estén el resto de las señales. Cuando hay contacto ($C=1$) y está lloviendo ($L=1$) el motor se activa ($M=1$) independientemente de cómo esté R . En realidad el sensor R estará transitando de "1" a "0" cada vez que las escobillas alcanzan la posición de reposo ("1") pero siguen en movimiento y la abandonan ("0"). Cuando deja de llover ($L=0$) el motor sigue andando hasta que las escobillas llegan al punto de reposo ($R=1$)

ENTRADAS			SALIDA
C	L	R	M
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

2º Obtener la ecuación booleana equivalente

Nos fijamos en qué ocasiones el motor debe de activarse ($M=1$) y relacionamos el estado de las variables mediante negaciones, productos y sumas lógicas. Obtenemos:

$$M = (C \cdot \bar{L} \cdot \bar{R}) + (C \cdot L \cdot \bar{R}) + (C \cdot L \cdot R)$$

3º Simplificación

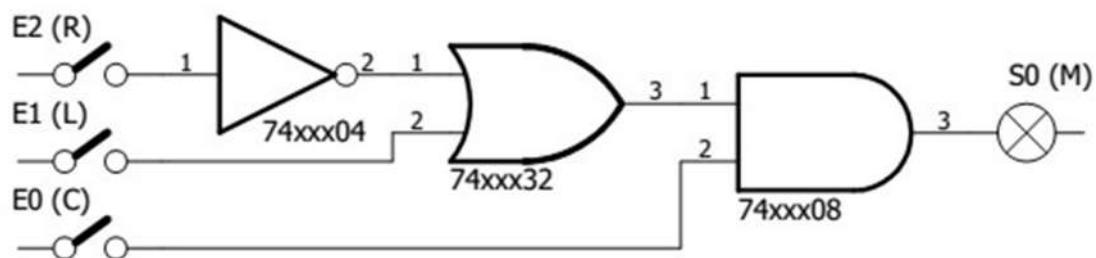
Esta ecuación sí que se puede simplificar. Puedes utilizar el método que quieras: factor común, axiomas (si se dan), Karnaugh, etc... Nosotros hemos usado Karnaugh y luego hemos sacado factor común de C . La ecuación booleana nos queda:

$$M = C(L + \bar{R})$$

ii Vaya diferencia eh ¡!

4º Esquema eléctrico

Obviamente lo obtendremos usando la ecuación simplificada...



El inversor invierte la señal R ($\bar{R}$) y la puerta OR realiza la suma lógica con L ($L + \bar{R}$). Por último, la puerta A realiza el producto entre la señal C y el anterior término de suma $C(L + \bar{R})$. No te olvides de alimentar a tantos circuitos integrados como estés usando.

5º Comprobación

Una vez montado el circuito, para comprobar su funcionamiento basta con completar esta tabla de la verdad y comprobarla con la anterior. Usamos los interruptores E0, E1 y E2 del laboratorio para simular las señales C, L y R respectivamente. El motor M se simula mediante el led de salida S0.

Pon cara de velocidad y ponte en el lugar. Imagina que montas en el vehículo y lo arrancas



(C=1). Comienza el viaje. Empieza a llover y activas el limpia (L=1). El motor se activa (M=1). En su movimiento, el sensor de reposo (R=0/R=0) se activa / desactiva repetidamente, simulando que las escobillas alcanzan el punto de reposo y luego lo abandonan. Deja de llover y desactivas el limpia (L=0). El motor sigue activo hasta que las escobillas alcanzan el sensor de reposo (R=1).

ENTRADAS			SALIDA
E0 (C)	E1 (L)	E2 (R)	S0 (M)
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

Para completar un poco más la "experiencia" contesta a las siguientes preguntas:

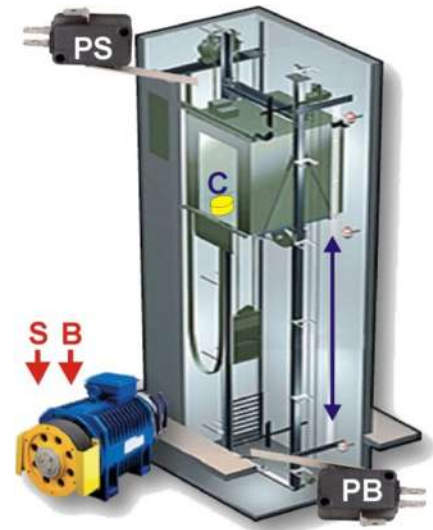
- a) Si la llave de contacto (C) falla e introduce un nivel "0" permanente en el sistema:

- b) Si el sensor R falla y está permanentemente introduciendo un nivel "1" al sistema:

- c) Si el sensor R falla e introduce un nivel "0" permanente al sistema:

P2-3 Elevador

Vamos con otro ejemplo práctico de automatismo. Se trata de un sistema elevador. Con dos señales, S y B, controlamos el movimiento de un motor para subir o bajar el elevador. Hay tres sensores: C se encuentra en la base del elevador y detecta si hay o no una carga en él, PS detecta si el elevador se encuentra en la planta superior y PB detecta si el elevador se encuentra en la planta baja.



- En la posición de reposo el elevador se encuentra en la planta baja (PB=1).
- Cuando se introduce en él una carga (C=1) se inicia el movimiento de subida (S=1 y PB=0) hasta llegar a la planta superior (PS=1), momento en que se detiene (S=0).
- Cuando desde la planta superior se retira la carga (C=0), se inicia el movimiento de bajada (B=1 y PS=0) hasta llegar a la planta baja (PB=1).

1º Tabla de la verdad

ENTRADAS			SALIDAS	
E0 (C)	E1 (PS)	E2 (PB)	S0 (S)	S1 (B)
0	0	0	0	1
0	0	1	0	0
0	1	0	0	1
0	1	1	X	X
1	0	0	1	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	1	X	X

En esta ocasión muestra los estados lógicos de las tres señales de entrada, C, PS y PB (E0, E1 y E2), y las dos de salida, S y B (S0 y S1). Observa que en algunas de las combinaciones el estado de las salidas se muestra como X. Con ello tratamos de representar que esas combinaciones no se pueden dar y por lo tanto las salidas son irrelevantes. Por ejemplo, no es posible que PB y PS estén activados al mismo tiempo.

2º Obtener la ecuación booleana equivalente

Como de costumbre tomamos las ocasiones en las que se activan las señales de subida (S) y de bajada (B). Relacionamos el estado de las variables mediante negaciones, productos y sumas lógicas y obtenemos:

$$S = (C \cdot \overline{PS} \cdot \overline{PB}) + (C \cdot \overline{PS} \cdot PB); \quad B = (\overline{C} \cdot \overline{PS} \cdot \overline{PB}) + (\overline{C} \cdot PS \cdot \overline{PB})$$

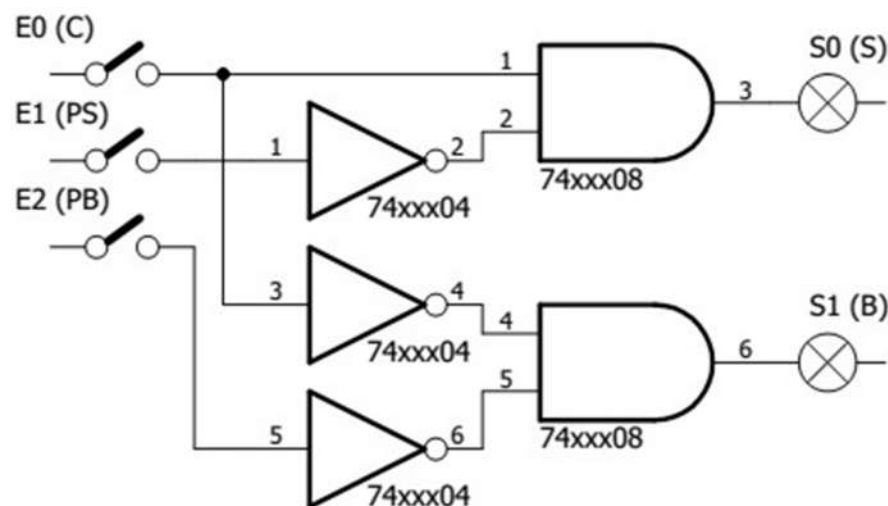
3° Simplificación

Ambas ecuaciones booleanas se pueden simplificar utilizando el método que más te guste. Nosotros hemos usado los mapas de Karnaugh y hemos obtenido lo siguiente:

$$S = C \cdot \overline{P} \cdot \overline{S}; \quad B = \overline{C} \cdot \overline{P} \cdot B$$

4° Esquema eléctrico

Al convertir esas ecuaciones en las correspondientes puertas lógicas obtenemos el siguiente esquema eléctrico:



5° Comprobación

Una vez que montes el circuito lo pruebas y completas la tabla de la verdad. ¿Qué ocurriría si el sensor PS está averiado e introduciendo un nivel "1" permanente?

¿Y si estuviera permanentemente a "0"? _____

ENTRADAS			SALIDAS	
E0 (C)	E1 (PS)	E2 (PB)	S0 (S)	S1 (B)
0	0	0		
0	0	1		
0	1	0		
0	1	1		
1	0	0		
1	0	1		
1	1	0		
1	1	1		

P3: COMPROBACIÓN DE LA 1ª LEY DE De MORGAN

Establece que "el producto negado de dos o más variables es igual a la suma de las negaciones de esas variables". Se puede expresar en la siguiente ecuación booleana:

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}; \text{ o que } A \cdot B = \overline{\overline{A} + \overline{B}}; \text{ o también que } \overline{\overline{A} \cdot \overline{B}} = A + B$$

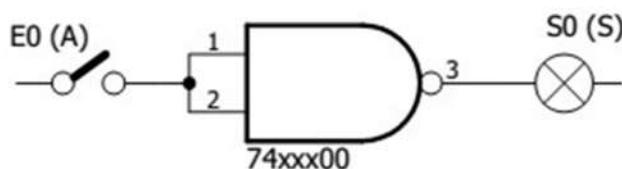
...y se puede demostrar con esta tabla de la verdad:

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A \cdot B}$	$\overline{A} + \overline{B}$	$A \cdot B$	$\overline{\overline{A} + \overline{B}}$	$\overline{\overline{A} \cdot \overline{B}}$	$A + B$
0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	1	1	0	0	1	1
1	1	0	0	0	0	1	1	1	1

Aplicando esta 1ª ley podremos resolver la función negación (NOT), el producto lógico (AND) y la suma lógica (OR) empleando exclusivamente puertas NAND. Vamos a verlo.

P3-1 Función NOT

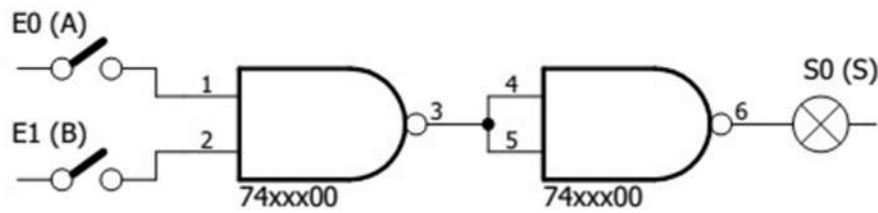
Basta con unir todas las patillas para formar una única entrada. Se cumple la ecuación: $S = \overline{A \cdot A} = \overline{A}$. Monta el circuito y compruébalo.



E0 (A)	S0 (S)
0	
1	

P3-2 Función AND

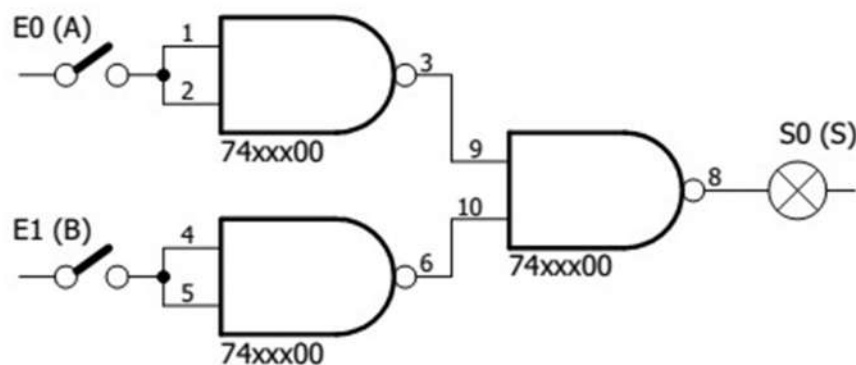
El producto invertido que produce una NAND se aplica a otra NAND en modo inversor que produce una doble inversión: $S = \overline{\overline{A \cdot B}} = A \cdot B$. Monta el circuito y completa su tabla de la verdad



E0 (A)	E1 (B)	S0 (S)
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

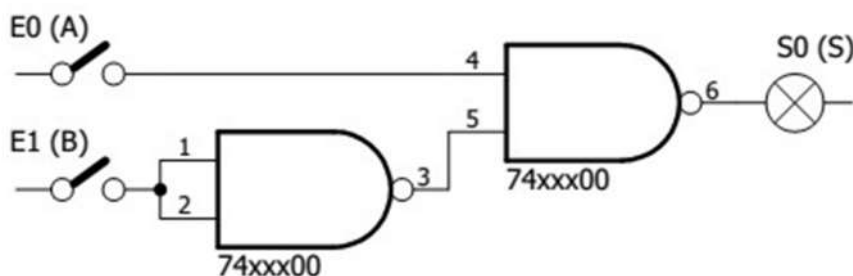
P3-3 Función OR

Según la igualdad $\overline{\overline{A} \cdot \overline{B}} = A + B$ demostrada en la tabla anterior, para realizar una suma lógica mediante funciones NAND **basta con invertir los sumandos** con otras tantas funciones NAND en modo inversor. Monta el circuito y completa la tabla. Comprueba que se corresponde con la de una puerta OR o suma lógica.



E0 (A)	E1 (B)	S0 (S)
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

Por ejemplo, para sumar $\overline{A} + B$, hacemos el producto $\overline{\overline{A} \cdot \overline{B}} = \overline{A} + B$. Los sumandos se aplican invertidos de como se quieren sacar. Monta el circuito y pruébalo completando la tabla de la verdad.



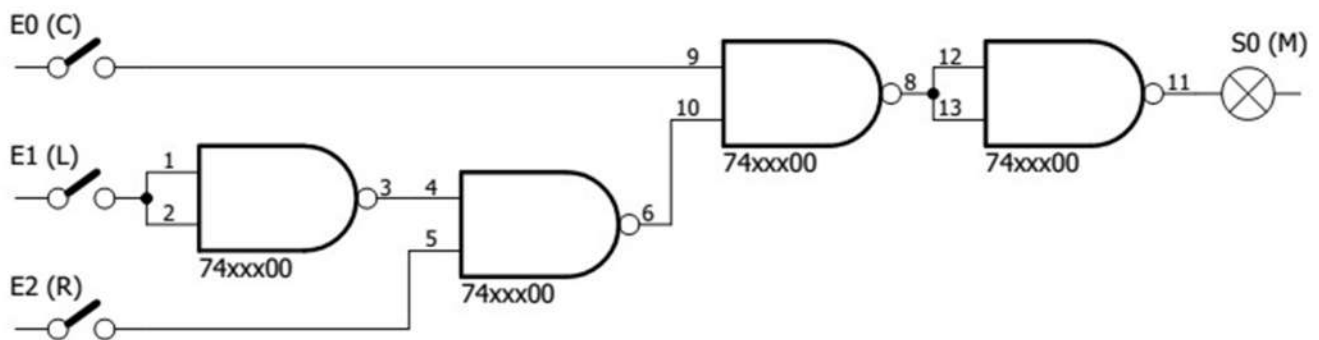
E0 (A)	E1 (B)	S0 (S)
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

P3-4 Limpiaparabrisas

Puesto que el ejemplo de la conmutada no tenía simplificación y se podía resolver con una única puerta XOR, no tiene demasiado sentido aplicarle la 1ª ley de De Morgan, así que vamos a implementar el automatismo del limpiaparabrisas cuya ecuación simplificada era:

$$M = C(L + \bar{R})$$

La resolvemos empleando exclusivamente puertas NAND.



Las dos puertas de la izquierda realizan el producto negado $\bar{L} \cdot R$, que según De Morgan equivale a $L + \bar{R}$. La siguiente puerta, realiza el producto negado $\overline{C(L + \bar{R})}$ que, aplicado a la puerta de la derecha, se vuelve a negar $\overline{\overline{C(L + \bar{R})}} = C(L + \bar{R})$.

Una importante observación. El montaje que hiciste en el apartado P2-2 empleando puertas NOT, AND y OR para realizar este mismo automatismo, usaba sólo 3 puertas mientras que ahora necesitamos 4. ¿Qué hemos ganado con De Morgan?

En aquella ocasión se empleaban 3 puertas contenidas en otros tantos circuitos integrados: 74xxx04, 74xxx08 y 74xxx32. Aplicando De Morgan necesitamos 4 puertas pero de un mismo modelo de circuito integrado, el 74xx00. ¿Comprendes el ahorro que esto significa?

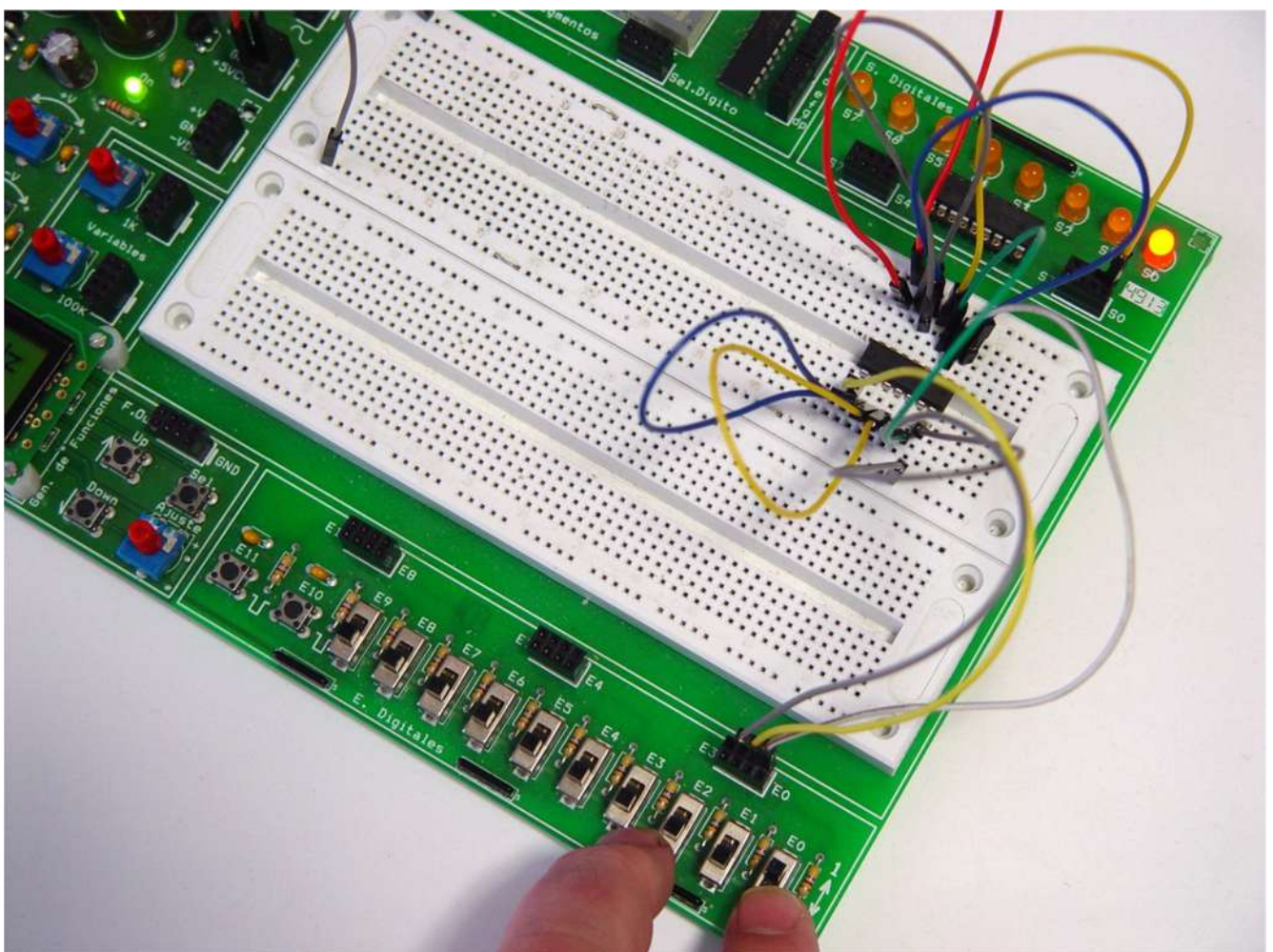


Realiza el montaje, pon nuevamente la cara de velocidad y completa la tabla de la verdad, comprobando que es la misma que la del apartado P2-2.



ENTRADAS			SALIDA
E0 (C)	E1 (L)	E2 (R)	S0 (M)
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

En la imagen tienes el montaje práctico sobre el laboratorio Universal Trainer. Observa que únicamente hemos empleado un circuito integrado, el 74xxx00.

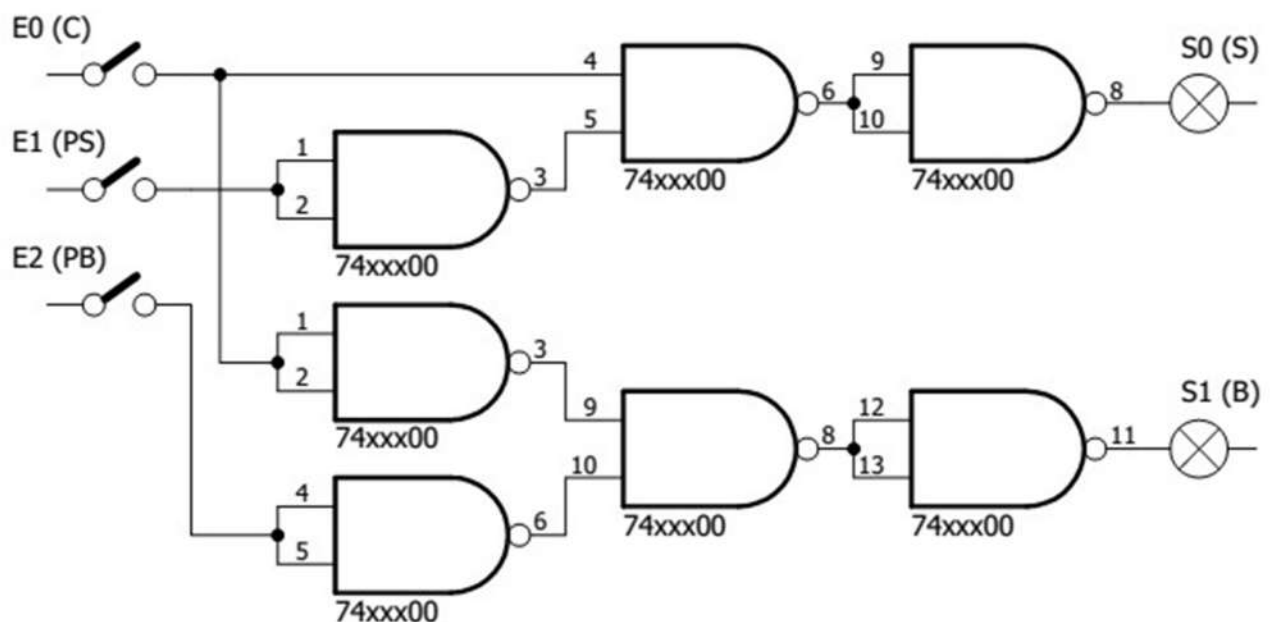


P3-5 Elevador

En este ejemplo tenemos dos salidas, S de subida y B de bajada, controladas mediante los sensores de carga (C), planta superior (PS) y planta baja (PB) del elevador. Las ecuaciones simplificadas quedaron así:

$$S = C \cdot \overline{PS}; \quad B = \overline{C} \cdot \overline{PB}$$

Ahora las vamos a resolver empleando exclusivamente puertas NAND según la 1ª ley de De Morgan.



Las tres puertas de arriba resuelven la señal de subida (S) del elevador correspondiente a la ecuación $S = C \cdot \overline{PS}$.

Las cuatro puertas de abajo resuelven la señal de bajada (B) del elevador correspondiente a la ecuación $B = \overline{C} \cdot \overline{PB}$.

Atención. Este montaje precisa de 7 puertas NAND. Como un circuito integrado modelo 74xxx00 contiene 4 puertas, necesitaremos dos de estos circuitos. Utilizamos las tres puertas de uno de ellos para resolver la señal S de subida, y las cuatro puertas del otro para resolver la señal B de bajada. Vete haciéndote a la idea de que un montaje digital puede necesitar uno, dos, o más circuitos integrados, y que no hay que olvidarse de alimentar a todos ellos.

P4: COMPROBACIÓN DE LA 2ª LEY DE De MORGAN

Establece que "la suma negada de dos o más variables es igual al producto de las negaciones de esas variables". Se puede expresar en la siguiente ecuación booleana:

$$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}; \text{ o que } A + B = \overline{\overline{A} \cdot \overline{B}}; \text{ o también que } \overline{\overline{A} + \overline{B}} = A \cdot B$$

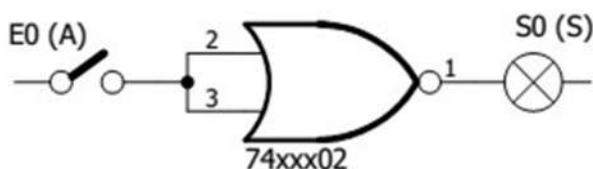
...y se puede demostrar con la siguiente tabla de la verdad:

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A + B}$	$\overline{A} \cdot \overline{B}$	$A + B$	$\overline{\overline{A} \cdot \overline{B}}$	$\overline{\overline{A} + \overline{B}}$	$A \cdot B$
0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	1	1	0	0
1	0	0	1	0	0	1	1	0	0
1	1	0	0	0	0	1	1	1	1

Aplicando esta 2ª ley podremos resolver la función negación (NOT), el producto lógico (AND) y la suma lógica (OR) empleando exclusivamente puertas NOR. Vamos a verlo.

P4-1 Función NOT

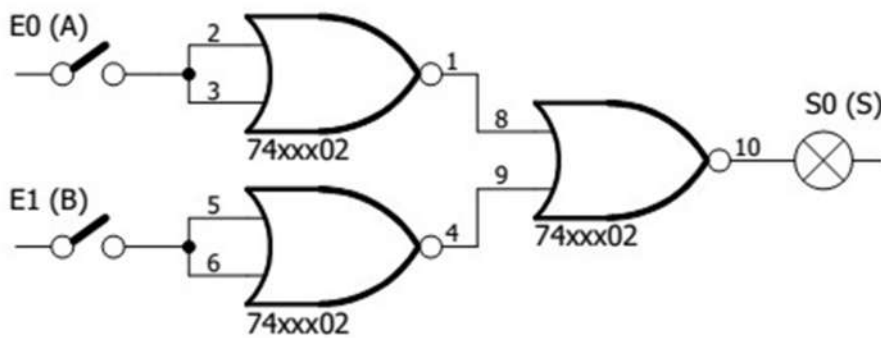
Basta con unir todas las patillas para formar una única entrada. Se cumple la ecuación: $S = \overline{A + A} = \overline{A}$. Monta el circuito y compruébalo.



E0 (A)	S0 (S)
0	
1	

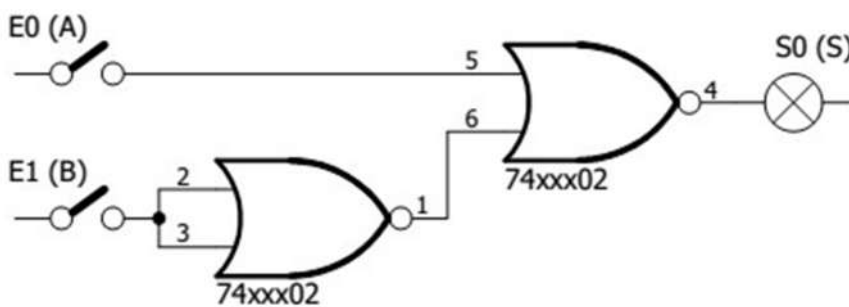
P4-2 Función AND

Según la igualdad $\overline{\overline{A} + \overline{B}} = A \cdot B$ demostrada en la tabla anterior, para realizar el producto lógico mediante funciones NOR **basta con invertir las variables** con otras tantas funciones NOR en modo inversor. Monta el circuito y completa la tabla. Comprueba que se corresponde con la de una puerta AND o producto lógico.



E0 (A)	E1 (B)	S0 (S)
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

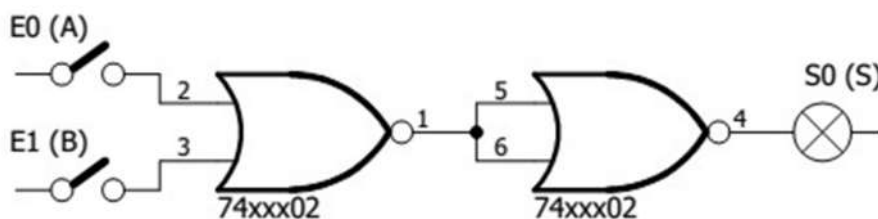
Por ejemplo, para hacer el producto $\overline{A} \cdot B$ hacemos la suma $\overline{\overline{A} + \overline{B}} = \overline{A} \cdot B$. Las variables del producto se introducen invertidas a como se quieren sacar. Monta el circuito y pruébalo completando la tabla de la verdad.



E0 (A)	E1 (B)	S0 (S)
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

P4-3 Función OR

La suma invertida que produce una puerta NOR se aplica a otra NOR en modo inversor que produce una doble inversión: $S = \overline{\overline{A + B}} = A + B$. Monta el circuito y completa su tabla de la verdad comprobando que corresponde a la de una función OR.



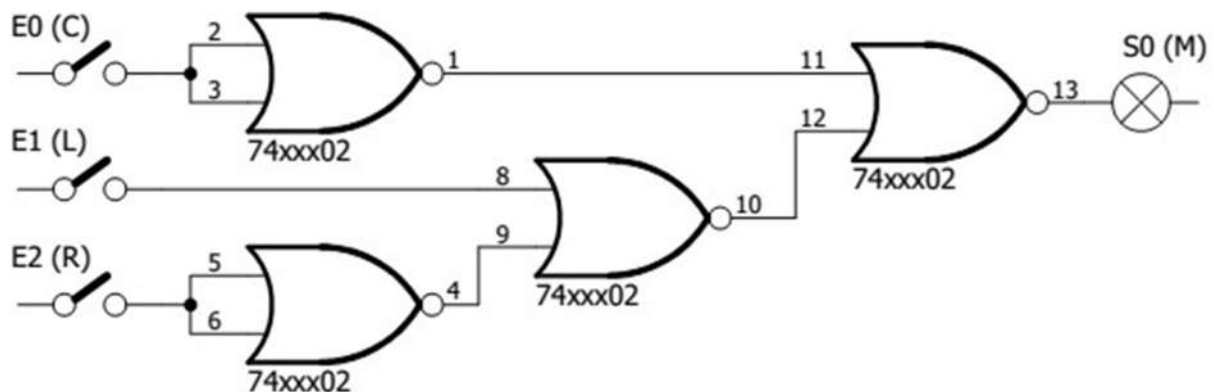
E0 (A)	E1 (B)	S0 (S)
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

P4-4 Limpiaparabrisas

Vamos a aplicar esta 2ª ley a la ecuación simplificada que ya conocemos:

$$M = C(L + \bar{R})$$

La resolvemos empleando exclusivamente puertas NOR.



Por último realizamos el montaje y comprobamos el funcionamiento completando la tabla de la verdad, y comprobando que coincide con la del apartado P2-2.

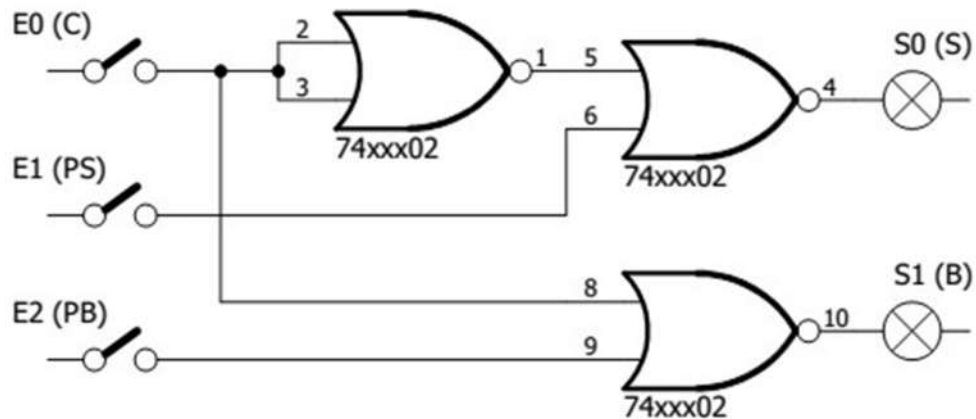
ENTRADAS			SALIDA
E0 (C)	E1 (L)	E2 (R)	S0 (M)
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

P4-5 Elevador

Acabamos con este último ejemplo del elevador. Las dos salidas, S de subida y B de bajada, se controlaban mediante los sensores de carga (C), planta superior (PS) y planta baja (PB) del elevador. Las ecuaciones simplificadas quedaron así:

$$S = C \cdot \overline{PS}; \quad B = \overline{C} \cdot \overline{PB}$$

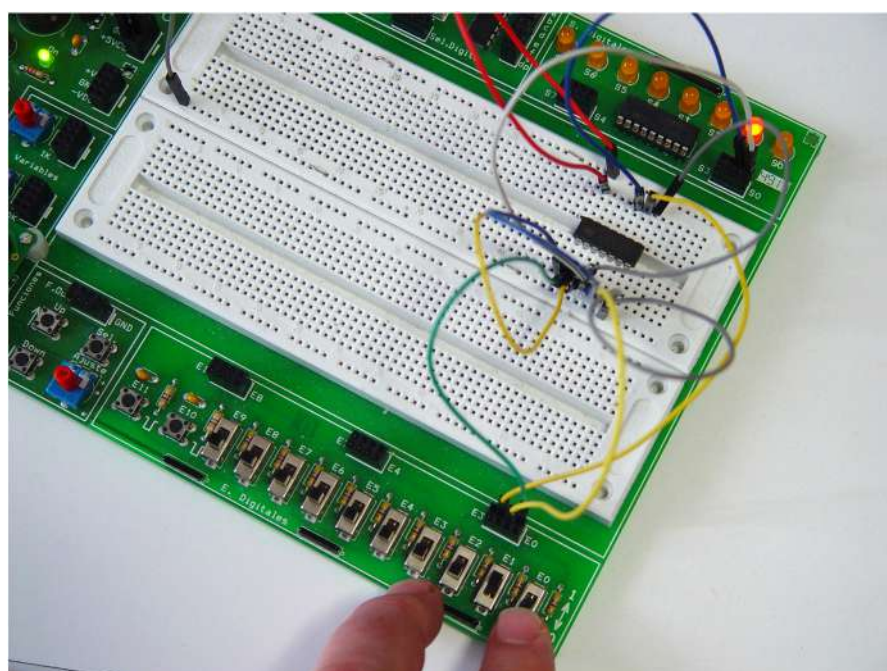
Ahora las vamos a resolver empleando exclusivamente puertas NOR según la 2ª ley de De Morgan.



ENTRADAS			SALIDAS	
E0 (C)	E1 (PS)	E2 (PB)	S0 (S)	S1 (B)
0	0	0		
0	0	1		
0	1	0		
0	1	1		
1	0	0		
1	0	1		
1	1	0		
1	1	1		

Una vez realices el montaje completa la tabla de la verdad y la comparas con la del apartado P2-3.

Fíjate que empleamos únicamente 3 puertas NOR contenidas en un circuito integrado 74xx02, en lugar de emplear las 5 puertas necesarias, contenidas en dos circuitos integrados, si no hubiéramos aplicado esta ley de De Morgan.



¿Cuál de las dos leyes de De Morgan es mejor? No sabría decírtelo. Ambas son equivalentes. Te recomiendo que uses las dos y te quedes con aquella que implique usar menos circuitos integrados. Por ejemplo, en los casos del...

- **Limpiaparabrisas**. Al emplear la 1ª ley necesitamos 4 puertas NAND contenidas en un único circuito integrado 74xxx00. Si empleamos la 2ª ley para resolver la misma ecuación necesitamos también otras cuatro puertas NOR contenidas en un único circuito integrado 74xxx02. Date una vuelta por las tiendas de componentes y compra aquel circuito que sea más barato de los dos.
- **Elevador**. Al emplear la 1ª ley necesitábamos 7 puertas NAND y por lo tanto dos circuitos integrados modelo 74xxx00. Sin embargo, si aplicamos la 2ª ley, necesitamos 3 puertas NOR de un único circuito integrado 74xxx02. En este caso sale más barato emplear la 2ª ley de De Morgan.

LEYES DE DE MORGAN

Teorema

Primera Ley	Segunda Ley
$\overline{X \cdot Y} = \overline{X} + \overline{Y}$	$\overline{X + Y} = \overline{X} \cdot \overline{Y}$

Por cierto... estas leyes se aplican igualmente con dos o más variables:

$$\overline{A \cdot B \cdot C \cdot D} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + \overline{D}$$

$$\overline{A + B + C + D} = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot \overline{D}$$